Université de Genève | GSEM
Mathématiques I | Automne 2020
Mucyo Karemera | **Série 8**

Exercise 1:

1. On considère la fonction $f(x,y)=\sqrt{6x-8y}$. Quelle valeur approximative de $f(2.1,1)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{(x_0,y_0)}(2.1,1)$ au point $(x_0,y_0)=(2,1)$?

   - ☐ 2.125
   - ☐ 2.0125
   - ☐ 2.025
   - ☐ 2.25
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

2. On considère la fonction $f(x,y)=xy^3-2x^3$. Quelle valeur approximative de $f(2.01,2.98)$ obtient-on en utilisant l'approximation linéaire $t_{(x_0,y_0)}(2.01,2.98)$ au point $(x_0,y_0)=(2,3)$?

   - ☐ 36.95
   - ☐ 37.95
   - ☐ 39.95
   - ☐ 38.95
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation du plan tangent $t_{(x_0,y_0)}(x,y)$ de la fonction $f(x,y)=\ln(xy)$ au point $(x_0,y_0)=(\frac{1}{2},2)$?

   - ☐ $2y-\dfrac{1}{2}x-2$
   - ☐ $2y+\dfrac{1}{2}x-2$
   - ☐ $2x+\dfrac{1}{2}y-2$
   - ☐ $2x-\dfrac{1}{2}y-2$
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

4. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'équation du plan tangent $t_{(x_0,y_0)}(x,y)$ de la fonction $f(x,y)=4x^2-y^2$ au point $(x_0,y_0)=(5,-8)$?

   - ☐ $16x-40y-36$
   - ☐ $16y+40x+36$
   - ☐ $40y+16x-36$
   - ☐ $16y+40x-36$
   - ☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. En utilisant la différentielle, approximer la variation de la fonction $f(x,y)=3x^2-xy$ lorsque (x,y) varie entre $(1,2)$ et $(1.01,1.98)$ (poser $(x_0,y_0)=(1,2)$).

   - ☐ $\dfrac{6}{10}$

- ☐ 0.006
- ☐ 0.06
- ☐ 0.6
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Approximer la variation de la fonction $f(x) = x^2 - 3x^3y^2 + 4x - 2y^3 + 6$ en utilisant la différentielle, lorsque (x, y) varie entre $(-2, 3)$ et $(-2.02, 3.01)$ (poser $(x_0, y_0) = (-2, 3)$).

- ☐ 7.38
- ☐ 7.39
- ☐ 7.4
- ☐ 7.37
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

7. On considère la fonction $f(x, y) = 6\sqrt[3]{x^2y}$. Pour lequel (ou lesquels), parmi les points suivant, l'approximation linéaire $t_{x_0,y_0}(x, y)$ au point $(x_0, y_0) = (1000, 125)$ est-elle la meilleure?

- ☐ $(1000, 126)$
- ☐ $(1001, 125)$
- ☐ $(1001, 124.5)$
- ☐ $(1000.5, 125.5)$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

8. On considère la fonction $f(x, y) = x^4 + y^3 + 32x - 9y$. Au point $(x_0, y_0) = (2, -\sqrt{3})$, f admet

- ☐ un maximum local
- ☐ un minimum local
- ☐ un maximum global
- ☐ un point-selle
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

9. On considère la fonction $f(x, y) = -\frac{1}{3}x^3 + xy + \frac{1}{2}y^2 - 12y$. Combien de points critiques possède-t-elle ?

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

10. On considère la fonction $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4y$. Parmi les points suivants, lesquels sont des points critiques de $f(x, y)$?

- ☐ $(0, 2)$

- ☐ $(2, 0)$
- ☐ $(3, -2)$
- ☐ $(-3, 2)$
- ☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercise 2:
Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par:

$$f(x, y) = 2x^3 - x^2 + 2xy + 5y^2$$

1. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de la fonction f.
2. Déterminer le(s) point(s) critique(s) de la fonction f.
3. Déterminer si chaque point critique de la fonction f est un maximum local, un minimum local ou un point selle.

Exercise 3:
Discuter l'existence et la nature des extremums de la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, définie par :

$$f(x, y) = \frac{a}{2}(x^2 + y^2) + xy - y + x + 7$$

en fonction du paramètre $a \in \mathbb{R}$