Université de Genève | GSEM
Mathématiques I | Automne 2020
Mucyo Karemera | **Série 9**

Exercise 1:

1. Sachant que $(0,0)$ est un point critique de $f(x,y) = x^3 + y^3$, le calcul du discriminant $D(0,0)$ est-il concluant pour déterminer sa nature (i.e., min, max ou point-selle)?

   ☐ oui
   ☐ non

2. On considère la fonction $f(x,y) = \ln(1 + x^2y^2)$. Combien y a-t-il de points critiques?

   ☐ 0
   ☐ 2
   ☐ 4
   ☐ une infinité
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

3. Laquelle des expressions suivantes correspond à l'expression du Lagrangien de la fonction $f(x,y) = (x+1)^2 + y^2$ sous la contrainte $x^2 + 4y^2 = 16$?

   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (\lambda - 1)x^2 + (1 + 4\lambda)y^2 + 2x - 16\lambda + 1$
   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (1 - \lambda)x^2 + (1 - 4\lambda)y^2 + 2x + 16\lambda + 1$
   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = (\lambda - 1)x^2 + (4\lambda - 1)y^2 + 2x - 16\lambda + 1$
   ☐ $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = -\lambda(x^2 + 4y^2 - 16) + y^2 + x^2 + 2x + 1$
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

4. On considère la fonction $f(x,y) = x^2y^3$ sous la contrainte $x + y = 5$. Combien y a-t-il de points critiques?

   ☐ 1
   ☐ 2
   ☐ 3
   ☐ 4
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

5. La fonction $f(x,y) = x^2 - 3y^2$ sous la contrainte $x + 2y = 1$ possède

   ☐ un minimum sous contrainte
   ☐ un maximum sous contrainte
   ☐ un minimum sous contrainte et un maximum sous contrainte
   ☐ un minimum sous contrainte et deux maximum sous contrainte
   ☐ Aucune des réponses ci-dessus

6. Quels sont les points critiques de $f(x,y) = 81x^2 + y^2$ sous la contrainte $4x^2 + y^2 = 9$

   ☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$; $(-3, 0)$; $(3, 0)$,
   ☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$; $(0, -3)$; $(0, 3)$,

☐ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$; $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$,
☐ $(-3, 0)$; $(3, 0)$,
☐ Aucune des réponses ci-dessus

Exercise 2:

1) Déterminer les points critiques sous contraintes des fonctions données aux questions 3 et 4 du qcm.

2) Quelle est la nature des points critiques sous contraintes des fonctions données aux questions 3, 4 et 6 du qcm?